



Воронежский институт высоких технологий - автономная
некоммерческой образовательной организации высшего образования
(ВИВТ - АНОО ВО)

УТВЕРЖДАЮ

Председатель экзаменационной
комиссии

 А.Е.Ушакова
« 07 » июня 2023 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
для поступающих по программам бакалавриата по дисциплине
«Математика» с дополнениями

Воронеж 2023

Программа вступительных испытаний по дисциплине «Математика» для абитуриентов, поступающих по направлениям подготовки бакалавриата в 2023 году, составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования. Абитуриент, сдающий вступительные испытания в вуз по математике на очную и заочную формы обучения, должен показать знания, навыки и умения в объеме программы общеобразовательной средней школы.

Содержание программы:

АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

1. Числа и вычисления

1.1. Натуральные числа

1.1.1. Десятичная система счисления. Цифры. Знаки для записи чисел

1.1.2. Арифметические действия над натуральными числами

1.1.3. Степень с натуральным показателем

1.1.4. Делимость натуральных чисел. Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители

1.1.5. Признаки делимости

1.1.6. Наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК)

1.1.7. Деление с остатком

1.2. Дроби

1.2.1. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей. Сокращение дроби

1.2.2. Арифметические действия с обыкновенными дробями

1.2.3. Нахождение части от целого и целого по его части

1.2.4. Десятичная дробь, сравнение десятичных дробей

1.2.5. Арифметические действия с десятичными дробями

1.2.6. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби

1.3. Рациональные числа

1.3.1. Целые числа

1.3.2. Модуль (абсолютная величина) числа

1.3.3. Сравнение рациональных чисел

1.3.4. Арифметические действия с рациональными числами

1.3.5. Степень с целым показателем. Свойства степеней с целыми показателями

1.3.6. Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок

1.4. Действительные числа

1.4.1. Арифметический корень из числа. Определение и свойства

1.4.2. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби

1.4.3. Степень с дробным показателем. Запись корней с помощью степени с дробным показателем

- 1.4.4. Свойства степеней с рациональными показателями
- 1.4.5. Понятие о степени с иррациональным показателем
- 1.4.6. Свойства степеней с действительными показателями
- 1.4.7. Сравнение действительных чисел

1.5. Измерения, приближения, оценки

- 1.5.1. Единицы измерения
- 1.5.2. Стандартный вид числа
- 1.5.3. Представление зависимости между величинами в виде формул
- 1.5.4. Проценты. Нахождение процента от величины и величины по её проценту
- 1.5.5. Отношение, выражение отношения в процентах
- 1.5.6. Пропорция. Прямая и обратно пропорциональная зависимости
- 1.5.7. Округление чисел

2. Координаты на прямой и в плоскости

2.1. Координатная прямая

- 2.1.1. Изображение чисел точками координатной прямой
- 2.1.2. Геометрический смысл модуля
- 2.1.3. Числовые промежутки: интервал, отрезок, луч

2.2. Декартовы координаты на плоскости

- 2.2.1. Декартовы координаты на плоскости; координаты точки
- 2.2.2. Координаты середины отрезка
- 2.2.3. Формула расстояния между двумя точками плоскости
- 2.2.4. Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых
- 2.2.5. Уравнение окружности

3. Числовые последовательности

3.1 Понятие последовательности

3.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

- 3.2.1. Арифметическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы первых нескольких членов.
- 3.2.2. Геометрическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы первых нескольких членов.
- 3.2.3. Сложные проценты

4. Алгебраические выражения

4.1. Буквенные выражения (выражения с переменными)

- 4.1.1. Буквенные выражения. Числовое значение буквенного выражения
- 4.1.2. Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения
- 4.1.3. Подстановка выражений вместо переменных
- 4.1.4. Равенство буквенных выражений, тождество. Преобразования выражений

4.2. Многочлены

- 4.2.1. Многочлен. Сложение, вычитание, умножение многочленов
- 4.2.2. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности, разность квадратов, сумма и разность кубов

4.2.3. Разложение многочлена на множители

4.2.4. Квадратный трёхчлен. Теорема Виета. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители

4.3. Алгебраическая дробь

4.3.1. Алгебраическая дробь. Сокращение дробей

4.3.2. Рациональные выражения и их преобразования (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в целую степень)

4.4. Иррациональные выражения

4.4.1. Простейшие преобразования арифметических корней (радикалов)

4.4.2. Преобразование иррациональных выражений

5. Функции

5.1. Числовые функции

5.1.1. Понятие функции. Область определения функции. Способы задания функции

5.1.2. График функции, возрастание и убывание, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства

5.1.3. Четные и нечетные функции. Периодические функции

5.1.3. Графические зависимости, отражающие реальные процессы

5.1.4. Линейная функция, её график, геометрический смысл коэффициентов

5.1.5. Функция, описывающая обратно пропорциональную зависимость, её график. Гипербола

5.1.6. Квадратичная функция, её график. Парабола. Координаты вершины параболы, ось симметрии

5.1.7. График функции $y = \sqrt{x}$

5.1.8. График функции $y = \sqrt[3]{x}$

5.1.9. График $y = |x|$

5.1.10. Степенная функция с натуральным показателем

5.1.11. Показательная функция

5.1.12. Логарифмическая функция

5.1.13. Числовая окружность. Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса

5.1.14. Свойства и графики тригонометрических функций

5.1.15. Геометрические преобразования графиков функций

6. Трансцендентные выражения

6.1. Преобразование выражений, содержащих переменную под знаком логарифма

6.1.1. Определение логарифма положительного числа. Натуральные и десятичные логарифмы

6.1.2. Свойства логарифмов

6.1.3. Переход к новому основанию логарифма

6.1.4. Логарифмирование и потенцирование

6.2. Формулы тригонометрии и их использование для преобразования тригонометрических выражений

6.2.1. Тригонометрические выражения

- 6.2.2. Формулы сложения и вычитания аргументов
 - 6.2.3. Формулы приведения
 - 6.2.4. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента
 - 6.2.5. Формулы двойного аргумента
 - 6.2.6. Формулы понижения степени
 - 6.2.7. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение
 - 6.2.8. Преобразование произведений тригонометрических функций в сумму
- 7. Уравнения и неравенства*

7.1. Уравнения

- 7.1.1. Уравнение с одной переменной, корень уравнения. Равносильность уравнений
- 7.1.2. Линейное уравнение
- 7.1.3. Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Биквадратное уравнение
- 7.1.4. Рациональные уравнения.
- 7.1.5. Уравнения высших степеней. Решение уравнений методом замены переменной. Решение уравнений методом разложения на множители
- 7.1.6. Иррациональные уравнения
- 7.1.7. Показательные и логарифмические уравнения
- 7.1.8. Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс
- 7.1.9. Простейшие тригонометрические уравнения
- 7.1.10. Методы решения тригонометрических уравнений
- 7.1.11. Уравнение с двумя переменными; решение уравнения с двумя переменными. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными
- 7.1.12. Система уравнений; решение системы. Равносильные системы
- 7.1.13. Система двух линейных уравнений с двумя переменными; решение подстановкой и алгебраическим способом
- 7.1.14. Решение простейших нелинейных систем уравнений с двумя переменными
- 7.1.15. Использование графиков функций для решения уравнений и систем
- 7.1.16. Уравнения с параметром

7.2. Неравенства

- 7.2.1. Числовые неравенства и их свойства
- 7.2.2. Неравенство с одной переменной. Решение неравенства
- 7.2.3. Линейные неравенства с одной переменной и сводящиеся к ним
- 7.2.4. Системы и совокупности линейных неравенств
- 7.2.5. Квадратные неравенства
- 7.2.6. Решение рациональных неравенств методом интервалов
- 7.2.7. Показательные и логарифмические неравенства
- 7.2.8. Неравенства и системы неравенств с двумя переменными. Их графическая интерпретация

7.3. Текстовые задачи

- 7.3.1. Решение текстовых задач арифметическим способом
- 7.3.2. Решение текстовых задач алгебраическим способом

8. Элементы математического анализа

8.1. Производная и ее применения

8.1.1. Приращение аргумента. Приращение функции

8.1.2. Определение производной

8.1.3. Формулы дифференцирования. Таблица производных

8.1.4. Дифференцирование суммы, произведения, частного

8.1.5. Физический смысл производной

8.1.6. Касательная к графику функции

8.1.7. Применение производной к исследованию функций на монотонность

8.1.8. Применение производной к исследованию функций на экстремум

8.1.9. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке

8.1.10. Задачи на отыскание наибольших или наименьших значений величин

9. Статистика и теория вероятности

9.1. Описательная статистика

9.1.1. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков

9.1.2. Среднее результатов измерений

9.2. Вероятность

9.2.1. Частота события, вероятность

9.2.2. Равновозможные события и подсчет их вероятности

9.2.3. Вероятности независимых событий. Формула сложения вероятностей, диаграммы Эйлера, дерево вероятностей, формула Бернулли

ГЕОМЕТРИЯ

10. Планиметрия

10.1. Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин

10.1.1. Начальные понятия геометрии

10.1.2. Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и её свойства

10.1.3. Прямая. Параллельность и перпендикулярность прямых

10.1.4. Отрезок. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой

10.1.5. Понятие о геометрическом месте точек

10.1.6. Преобразования плоскости. Движения. Симметрия

10.2. Треугольник

10.2.1. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника; точки пересечения серединных перпендикуляров, биссектрис, медиан, высот или их продолжений

10.2.2. Равнобедренный и равносторонний треугольники. Свойства и признаки

равнобедренного треугольника

10.2.3. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора

10.2.4. Признаки равенства треугольников

10.2.5. Неравенство треугольника

10.2.6. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника

10.2.7. Теорема Фалеса

10.2.8. Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников

10.2.9. Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180°

10.2.10. Решение прямоугольных треугольников. Основное тригонометрическое тождество. Теорема косинусов и теорема синусов

10.3. Многоугольники

10.3.1. Параллелограмм, его свойства и признаки

10.3.2. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки

10.3.3. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция

10.3.4. Сумма углов выпуклого многоугольника

10.3.5. Правильные многоугольники

10.4. Окружность и круг

10.4.1. Центральный, вписанный угол; величина вписанного угла

10.4.2. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей

10.4.3. Касательная и секущая к окружности; равенство отрезков касательных, проведённых из одной точки

10.4.4. Окружность, вписанная в треугольник

10.4.5. Окружность, описанная около треугольника

10.4.6. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника

10.4.7. Вписанные и описанные четырёхугольники

10.5. Измерение геометрических величин

10.5.1. Длина отрезка, длина ломаной, периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой

10.5.2. Длина окружности

10.5.3. Градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

10.5.4. Площадь и её свойства. Площадь прямоугольника

10.5.5. Площадь параллелограмма

10.5.6. Площадь трапеции

10.5.7. Площадь треугольника

10.5.10. Площадь круга, площадь сектора

10.6. Векторы на плоскости

10.6.1 Вектор, длина (модуль) вектора

10.6.2. Равенство векторов

10.6.3. Операции над векторами (сумма векторов, умножение вектора на число)

10.6.4. Угол между векторами

10.6.5. Коллинеарные векторы, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

10.6.6. Координаты вектора

10.6.7. Скалярное произведение векторов

11. Стереометрия

11.1. Прямые и плоскости в пространстве

- 11.1.1. Параллельность прямых и плоскостей
- 11.1.2. Перпендикулярность прямых и плоскостей
- 11.1.3. Скрещивающиеся прямые
- 11.1.4. Углы в пространстве
- 11.2. Многогранники. Площади поверхностей и объемы**
- 11.2.1. Пирамида
- 11.2.2. Призма
- 11.2.3. Правильные многогранники
- 11.2.4. Сечения многогранников
- 11.3. Тела вращения. Площади поверхностей и объемы**
- 11.3.1. Цилиндр
- 11.3.2. Конус
- 11.3.3. Шар

Требования к уровню подготовки абитуриентов:

– *уметь выполнять вычисления и преобразования* (выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции);

– *уметь решать уравнения и неравенства* (решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы; решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; решать рациональные, иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, системы рациональных, показательных и логарифмических неравенств);

– *уметь выполнять действия с функциями* (определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций; вычислять производные элементарных функций; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции);

– *уметь выполнять действия с геометрическими фигурами* (решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей); решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы);

– *уметь строить и исследовать математические модели* (моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства

по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры; моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения); моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий, вычислять вероятности независимых событий; использовать формулу сложения вероятностей, диаграммы Эйлера, дерево вероятностей, формулу Бернулли;

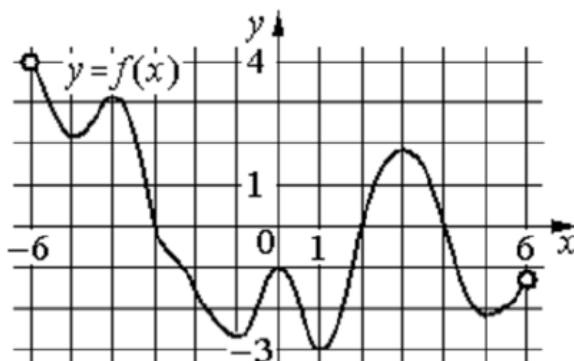
– *уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни* (анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; решать прикладные задачи.

Вступительное испытание для абитуриентов, поступающих на все направления подготовки и специальности, проводится в форме тестирования. Время проведения вступительного испытания 3 часа (180 минут).

Образец вступительного испытания

Задания на 3 балла:

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-4,5; 2,5]$.



2. На олимпиаде по математике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 150 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

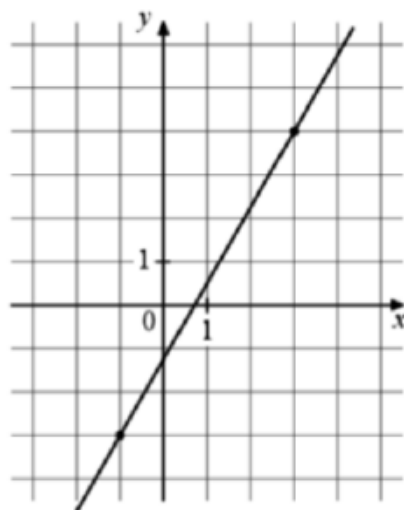
3. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$.

При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полёта будет не меньше 2,1 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 21$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Длина окружности основания конуса равна 7, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

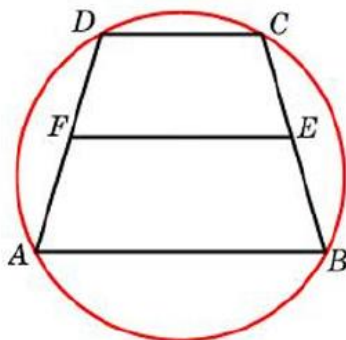


5. На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -13,5$.



6. Найдите значение выражения $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$.

7. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 52, средняя линия равна 21. Найдите боковую сторону трапеции.



8. Решите неравенство $\left(\frac{2}{7}\right)^{3(2x-7)} \cdot 12,25^{\frac{4x+1}{2}} > 1$. В ответе укажите наибольшее целое решение.

9. В 2019 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2020 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 1%, а в 2021 году – на 9% по сравнению с 2020 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2021 году?

10. Найдите нули функции $y = 2^x - 2^{x-2} - 3$.

11. Вычислите значение многочлена $x^2 - 4xy + 4y^2$ при $x = 14\frac{16}{17}$,
 $y = 5\frac{8}{17}$.

12. Найдите $\cos 2\alpha$ и $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\sin \alpha > 0$.

13. Найдите значение выражения $36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$.

14. Найдите область определения функции $y = \log_{0,5} \frac{x-1}{x+3}$.

15. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \frac{4}{x} + 14$ на отрезке $[-11; -0,5]$.

Задания на 4 балла:

16. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0.04. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

17. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, диагональ которого равна 4 и составляет с одной гранью угол 30° , а с другой 45° .

18. Решите уравнение $3^{x^2-7,2x+3,9} - 9\sqrt{3} = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Задания на 5 баллов:

19. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 12, \\ x^2 + 2xy - 2y^2 = 24. \end{cases}$$

20. Решите уравнение $6\cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 11\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 10 = 0$. В ответе укажите число его корней, принадлежащих отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

21. Решите неравенство $\frac{(\log_4 x + 2)^2}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$.

Задания на 6 баллов:

Дайте полное обоснованное решение и ответ.

22. Определите, при каком значении x три числа $\lg 2$, $\lg(2^x - 1)$, $\lg(2^x + 3)$ являются последовательными членами арифметической прогрессии.

23. Миша приехал с родителями в торговый центр. Пока родители были заняты покупками, ребенок решил покататься на эскалаторе. Сначала мальчик по движущемуся эскалатору сбежал вниз, насчитав при этом 30 ступенек, затем поднялся вверх с той же скоростью относительно эскалатора и насчитал 120 ступенек. Сколько ступенек насчитает Миша, спускаясь вместе с охранником по неподвижному эскалатору?

Задания на 8 баллов:

Дайте полное обоснованное решение и ответ.

24. В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = R$. Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F . Найдите площадь треугольника BEF , если $R = 5$ и $CD = 15$.

25. При каких значениях параметра a оба корня уравнения

$$(a - 1)x^2 - 2ax + a + 3 = 0$$

являются положительными числами?

Критерии оценивания ответов поступающих

Оценка проводится по 100-балльной шкале. Правильное решение заданий с 1-го по 15-е оценивается в 3 балла, правильное решение заданий с 16-го по 18-е оценивается в 4 балла, заданий с 19-го по 21-е оценивается в 5 баллов, заданий с 22-го по 23-е оценивается в 6 баллов, правильное решение заданий с 24-го по 25-е оценивается в 8 баллов.

Характеристика вступительного испытания по математике для абитуриентов с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)

Вступительное испытание по математике для абитуриентов с ОВЗ проводится в форме экзамена.

Для проведения экзамена по математике в устной форме разработаны варианты билетов, включающие в себя задания как по курсу алгебры и начал анализа, так и по курсу геометрии. Билеты предназначены и для тех выпускников, которые осваивали программу в рамках двух предметов, и для тех, кто изучал математику в рамках интегрированного курса.

Билеты включают 10 заданий: теоретическая часть – два задания по планиметрии, одно задание по стереометрии и одно задание по алгебре и началам анализа, практическая часть – одно задание по арифметике, два задания по алгебре, одно задание по геометрии и два задания по алгебре и началам анализа. Задания являются стандартными для курса математики. Все они предполагают устное изложение решения, демонстрирующего умение выпускника математически грамотно излагать ход решения, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Задания в практической части экзаменационных билетов расположены следующим образом. Задания 3 и 4 соответствуют уровню базовой математической подготовки, среди них одно задание по элементам комбинаторики и теории вероятностей и одно задание по алгебре. Задание 5 (по курсу алгебры) соответствует уровню повышенной подготовки. Задания 8 и 9 соответствуют уровню базовой математической подготовки, среди них одно задание по геометрии (стереометрии) и одно задание по курсу алгебры и начал анализа. Задание 10 (по курсу алгебры и начал анализа) соответствует уровню повышенной подготовки.

Первые и вторые (теоретические) вопросы билетов охватывают основные блоки содержания курса геометрии (планиметрии) 7-9-х классов: «Признаки равенства треугольников», «Сумма углов треугольника», «Признаки подобия треугольников», «Свойства и признаки равнобедренного треугольника», «Свойства прямоугольных треугольников», «Свойства четырехугольников».

В первом вопросе экзаменационного билета от экзаменуемого требуется воспроизвести определение геометрической фигуры или конфигурации, формулировку теоремы, связанной с ее свойствами или признаками (доказывать теорему не требуется), привести необходимые иллюстрирующие примеры. Умение доказывать изученные в курсе свойства или признаки геометрических фигур, сформулированные в виде теорем, экзаменуемый должен продемонстрировать при ответе на второй вопрос билета.

Шестые (теоретические) вопросы билетов охватывают основные блоки содержания курса стереометрии: «Параллельность прямых и плоскостей», «Перпендикулярность прямых и плоскостей», «Многогранники», «Объемы многогранников», «Тела вращения», «Объемы тел». Седьмые (теоретические) вопросы билетов относятся к курсу алгебры и начал анализа и охватывают

блоки: «Корни и степени», «Логарифмы», «Функции», «Начала математического анализа». Теоретические вопросы экзаменационных билетов даны ниже. В теоретической части экзаменационной работы от экзаменуемого требуется воспроизвести определение, формулировку теоремы и ее доказательство, привести необходимые иллюстрирующие примеры. (Формулировки и доказательства могут различаться в зависимости от учебников, по которым абитуриент обучался и готовился к экзамену.)

Первые вопросы экзаменационных билетов

1. Параллельные прямые; свойство углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей.
2. Равнобедренный треугольник; свойство углов при основании равнобедренного треугольника.
3. Высота, биссектриса и медиана треугольника; свойства медианы, биссектрисы, высоты равнобедренного треугольника, проведенных к основанию.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Параллелограмм; свойства и признак параллелограмма.
6. Прямоугольник, квадрат, ромб; их свойства.
7. Трапеция; равнобедренная (равнобокая) трапеция; средняя линия трапеции и ее свойства.
8. Прямоугольный треугольник; свойство прямоугольного треугольника, один из углов которого равен 30° .
9. Теорема синусов; пример ее применения для решения треугольников.
10. Теорема косинусов; пример ее применения для решения треугольников.
11. Теоремы о вписанной и описанной окружностях треугольника.
12. Косинус острого угла прямоугольного треугольника; пример его применения при решении прямоугольных треугольников.
13. Синус острого угла прямоугольного треугольника; пример его применения при решении прямоугольных треугольников.
14. Признаки подобия треугольников.
15. Окружность, градусная мера дуги окружности; центральный угол, вписанный угол; теорема о вписанном угле.

Вторые вопросы экзаменационных билетов

1. Признаки параллельности прямых (доказательство одного из признаков).
2. Свойства медианы, биссектрисы, высоты равнобедренного треугольника, проведенных к основанию (доказательство одного из свойств).
3. Теорема о сумме углов треугольника.
4. Теорема о средней линии трапеции.
5. Теорема Пифагора.

В соответствии со спецификой математики овладение теоретическими положениями курса алгебры проверяется опосредованно через проверку умения

решать задачи. Вопросы с третьего по пятый, включенные в билеты, относятся к следующим разделам курса: «Числа и вычисления» (проценты; решение текстовых задач), «Функции», «Уравнения и неравенства».

Шестые вопросы экзаменационных билетов

1. Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельные прямые. Скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми в пространстве.

2. Параллельность прямой и плоскости (признаки и свойства).

3. Перпендикулярность прямой и плоскости (признаки и свойства).

4. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трех перпендикулярах.

5. Параллельность плоскостей (признаки и свойства).

6. Перпендикулярность плоскостей (признаки и свойства).

7. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью. Расстояние между параллельными плоскостями.

8. Призма, ее основания, боковые ребра, высота. Прямая и правильная призмы. Формула объема призмы.

9. Параллелепипед. Куб (определения, свойства ребер, граней). Формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба.

10. Симметрия в кубе.

11. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота. Правильная пирамида. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.

12. Правильные многогранники (тетраэдр, куб, октаэдр).

13. Цилиндр, его основания, образующая, боковая поверхность, высота. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

14. Конус, его основание, образующая, боковая поверхность, высота. Формулы площади поверхности и объема конуса.

15. Шар и сфера, их сечения. Формулы объема шара и площади сферы.

Седьмые вопросы экзаменационных билетов

1. Понятие о степени с рациональным показателем.

2. Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

3. Понятие убывающей функции, пример, графическая иллюстрация.

4. Понятие возрастающей функции, пример, графическая иллюстрация.

5. Понятие о точках максимума (минимума) функции, пример, графическая иллюстрация.

6. Достаточные условия существования максимума (минимума) функции.

7. Понятие четной функции, пример, графическая иллюстрация.

8. Понятие нечетной функции, пример, иллюстрация на графике.

9. Понятие периодической функции, пример, иллюстрация на графике.

10. Понятие производной, ее геометрический и физический смысл.

11. Логарифмическая функция, ее свойства и график.

12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств.

13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.
14. Функция $y = \operatorname{tg} x$, ее свойства и график.
15. Степенная функция, ее свойства и график.

Восьмые вопросы (геометрические задания практической части) экзаменационной работы относятся к разделам: «Многогранники», «Объемы многогранников», «Тела вращения», «Объемы тел», а девятые и десятые вопросы (алгебраические задания практической части) – к разделам «Начала математического анализа», «Уравнения и неравенства» и «Основы тригонометрии».

Номер вопроса билета	Часть работы	Раздел курса математики	Уровень
1	Теоретическая	Планиметрия	–
2	Теоретическая	Планиметрия	–
3	Практическая	Алгебра	Базовый
4	Практическая	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	Базовый
5	Практическая	Алгебра	Повышенный
6	Теоретическая	Стереометрия	–
7	Теоретическая	Алгебра и начала анализа	–
8	Практическая	Стереометрия	Базовый
9	Практическая	Алгебра и начала анализа	Базовый
10	Практическая	Алгебра и начала анализа	Повышенный

Образец экзаменационного билета по математике

1. Признаки равенства треугольников (формулировки и пример применения одного из признаков).

2. Теорема Пифагора (формулировка и доказательство).

3. Вычислите значение многочлена $x^2 - 4xy + 4y^2$ при $x = 14\frac{16}{17}$, $y = 5\frac{8}{17}$

Варианты ответа: 1) 16; 2) 4; 3) 0; 4) $25\frac{15}{17}$.

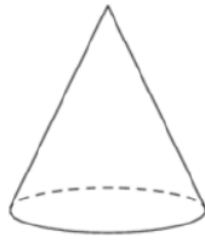
4. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 16 из них встречается вопрос по логарифмам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по логарифмам.

5. Решите неравенство $\frac{(\log_4 x + 2)^2}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$.

6. Взаимное расположение прямых в пространстве. Параллельные прямые. Скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми в пространстве.

7. Понятие возрастающей функции, пример, графическая иллюстрация.

8. Длина окружности основания конуса равна 7, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



9. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \frac{4}{x} + 14$ на отрезке $[-11; -0,5]$.

10. Решите уравнение $6\cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 11\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 10 = 0$. В ответе укажите число его корней, принадлежащих отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

***Оценка выполнения отдельных заданий экзаменационной работы
и оценивание результатов экзамена***

При проверке математической подготовки выпускников оценивается уровень, на котором сформированы следующие умения:

– воспроизводить определения математических объектов, формулировки теорем и их доказательства, сопровождая их необходимыми чертежами и рисунками;

– использовать изученную математическую терминологию и символику;

– приводить примеры геометрических фигур и конфигураций, примеры применения изученных свойств, фактов и методов;

– отвечать на вопросы, связанные с изученными математическими фактами, понятиями и их свойствами, с методами решения задач;

– четко, грамотно, логично излагать свои мысли;

– выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;

– вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

– читать графики элементарных функций;

– решать линейные и квадратные уравнения и неравенства, их системы.

– проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

– исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;

– решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, тригонометрические уравнения, простейшие иррациональные уравнения;

– решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);

– использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

– проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

– моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

При оценке экзаменационной работы используется пятибалльная шкала.

Оценивание результата экзамена по математике осуществляется в соответствии со следующими критериями.

**Критерии оценки выполнения отдельных заданий
экзаменационной работы**

Номер задания	Критерии оценки выполнения задания	Баллы
№ 1, № 2	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, речевой связностью и последовательностью изложения: логические ошибки отсутствуют, последовательность изложения не нарушена; или: допущена одна ошибка / неточность, которая после уточняющего вопроса экзаменатора исправлена экзаменуемым.	2
	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения, но допущена одна ошибка / неточность, которую после уточняющего вопроса экзаменатора экзаменуемый не сумел исправить.	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 3	Дан полностью верный ответ: экзаменуемым выбраны все верные утверждения, неверные утверждения не выбраны	2
	Дан частично верный ответ: экзаменуемым выбраны не все верные утверждения или выбрано одно неверное утверждение	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 4, № 5	Ход решения верный, получен верный ответ	2
	Ход решения верный, но экзаменуемый допустил одну ошибку вычислительного характера	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 6, № 7	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, речевой связностью и последовательностью изложения: логические ошибки отсутствуют, последовательность изложения не нарушена; или: допущена одна ошибка / неточность, которая после уточняющего вопроса экзаменатора исправлена экзаменуемым.	2

	Ответ экзаменуемого характеризуется смысловой цельностью, связностью и последовательностью изложения, но допущена одна ошибка / неточность, которую после уточняющего вопроса экзаменатора экзаменуемый не сумел исправить.	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
№ 8, № 9, № 10	Ход решения верный, получен верный ответ	2
	Ход решения верный, но экзаменуемый допустил одну ошибку вычислительного характера	1
	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальное количество баллов за экзаменационный билет		20

Шкала перевода суммы первичных баллов за выполненные задания экзамена по математике в стобалльную систему оценивания:

Отметка по стобалльной системе оценивания	0-15	20-30	35-45	50-60
Первичный балл	0-3	4-6	7-9	10-12

Отметка по стобалльной системе оценивания	65-70	75-80	85-90	95-100
Первичный балл	13-14	15-16	17-18	19-20

Вступительное испытание для поступающих в форме собеседования.

Для проведения собеседования по математике разработаны варианты билетов, включающие в себя задания по курсу алгебры и начал анализа и по курсу геометрии.

В каждом билете содержится 4 задания: задания №1 и №2 включают теоретические вопросы и задачи (практическую часть) по курсу алгебры и начал анализа, задания №3 и №4 – теоретические вопросы и задачи по курсу геометрии (планиметрии и стереометрии). Задания являются стандартными для курса математики. Все они предполагают устное изложение решения, демонстрирующее умение абитуриента математически грамотно излагать ход решения, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Время на подготовку – 40 минут.

Максимальное количество баллов: за выполнение каждого задания – 25, за выполнение всей работы – 100.

**Образец билета для вступительного испытания по математике
в форме собеседования**

Задание №1

1) Что называют степенью действительного числа a с натуральным показателем n ($a^n, n \in N$)? Дайте определение степени действительного числа a ($a \neq 0$) с целым показателем p ($a^p, a \neq 0, p \in Z$); определение степени действительного числа a ($a > 0$) с рациональным показателем p/q ($a^{p/q}, a > 0, p \in Z, q \in N$).

2) Вычислите: 2^5 ; $(0,1)^3$; 10^{-2} ; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; $25^{\frac{1}{2}}$; $8^{\frac{2}{3}}$; $(0,01)^{-0,5}$.

3) Сформулируйте правила действий над степенями с рациональным показателем: правило умножения и деления степеней с одинаковыми основаниями; правило возведения степени в степень, произведения в степень и частного в степень.

4) Вычислите: $(5^{12})^3$; 5^{37} .

Задание №2

1) Объясните, что такое функция. Приведите примеры функций. Что называется областью определения функции и множеством ее значений?

2) Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \sqrt{x+3}$; б) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$.

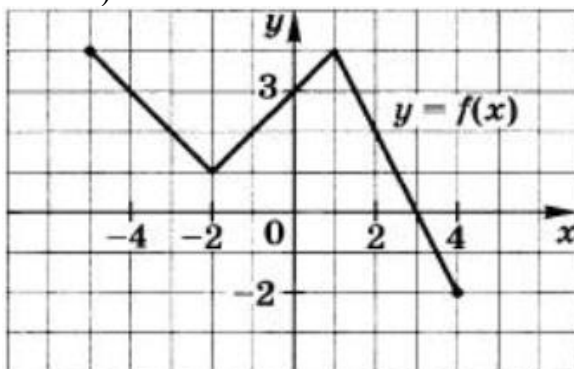
3) Что называют графиком функции $y = f(x)$? Что такое нули функции? промежутки знакопостоянства? Приведите примеры.

Пусть функция $y = f(x)$ определена на промежутке X . В каком случае ее называют: возрастающей, убывающей, монотонной на промежутке X ? Приведите примеры.

Какую функцию называют: четной, нечетной? Приведите примеры.

Какую функцию называют периодической? Приведите пример.

4) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Укажите: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания (убывания) этой функции. Является ли данная функция четной (нечетной)?

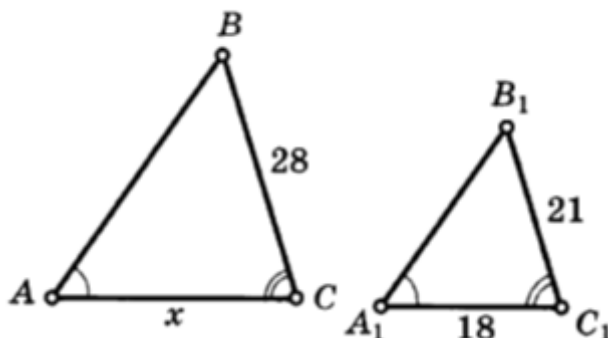


Задание №3

1) Какие треугольники называются подобными? Как обозначаются подобные треугольники? Что такое коэффициент подобия? Если известно, что треугольники подобны, то какие выводы можно сделать относительно сторон и углов этих треугольников? Чему равно отношение периметров подобных треугольников? Чему равно отношение площадей подобных треугольников?

2) а) На рисунке изображены подобные треугольники. Найдите x .

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

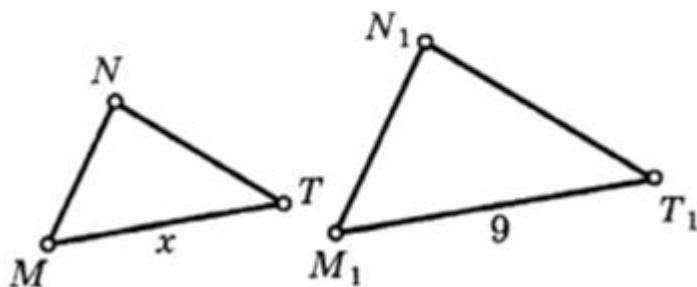


б) На рисунке изображены подобные треугольники. Найдите x .

$$\triangle MNT \sim \triangle M_1N_1T_1$$

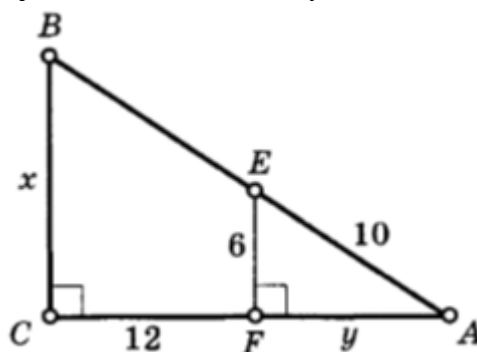
$$S_{\triangle MNT} = 75$$

$$S_{\triangle M_1N_1T_1} = 225$$



3) Сформулируйте признаки подобия треугольников.

4) Рассмотрите рисунок. Найдите x и y .



Задание №4

1) Какой многогранник называется призмой? Заполните пропуски в определении призмы: «Многогранник, составленный из _____ многоугольников $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$, расположенных в _____ плоскостях, и _____ параллелограммов, называется n -угольной призмой».

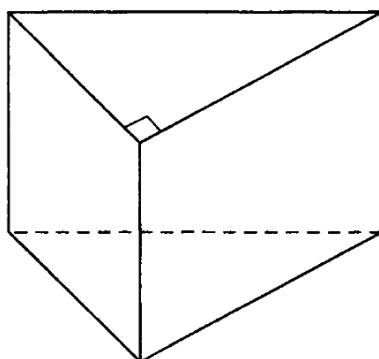
2) Нарисуйте четырехугольную призму $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$. Назовите ее основания, боковые грани, боковые ребра, вершины. Какие отрезки являются диагоналями призмы?

3) Что такое высота призмы? Какая призма называется прямой? Наклонной? Какая призма называется правильной? Как найти площадь боковой поверхности призмы? Площадь полной поверхности? По какой формуле вычисляется объем призмы?

4) Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12. Объем призмы равен 75.

а) Найдите длину бокового ребра.

б) Найдите площадь боковой поверхности призмы.



Критерии оценки выполнения отдельных заданий:

0-5 баллов – отсутствие знаний или фрагментарные знания по отдельным вопросам задания; практическая часть задания не выполнена;

6-10 баллов – достаточный объем знаний по теоретическим вопросам задания, умение ориентироваться в базовых понятиях; решена только одна задача из практической части задания;

11-15 баллов – достаточно полные и систематизированные знания по теоретическим вопросам задания, умение ориентироваться в базовых понятиях; при выполнении практической части задания допущена негрубая ошибка;

16-20 баллов – глубокие и полные знания по теоретическим вопросам задания, умение ориентироваться в базовых понятиях, делать логически правильные выводы; при решении задач получены верные ответы, но при изложении хода решения приводятся не все необходимые пояснения и обоснования;

21-25 баллов – систематизированные, глубокие и полные знания по всем вопросам задания, умение ориентироваться в базовых понятиях и делать обоснованные выводы; при изложении хода решения задач приводятся все необходимые пояснения и обоснования.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусак А. А. Справочник по математике для школьников / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричкова. – Минск: ТетраСистемс, 2010. – 350 с.

2. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В. С. Крамор. – М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2008. – 416 с.
3. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии / В. С. Крамор. – М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2008. – 336 с.
4. Маслова Т. Н. Справочник школьника по математике. 5-11 классы / Т. Н. Маслова, А. М. Суходский. – М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2008. – 672 с.
5. Маслова Т. Н. Математика: новый полный справочник для подготовки к единому государственному экзамену / Т. Н. Маслова, А. М. Суходский. – М.: Издательство АСТ: Мир и образование, 2017. – 672 с.
6. Мордкович А. Г. Математика: Полный справочник / А. Г. Мордкович, В. И. Глизбург, Н. Ю. Лаврентьева. – М.: АСТ: Астрель, 2016. – 351 с.
7. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений (базовый и профил. уровни) / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – М.: Просвещение, 2020. – 255 с.
8. Шабунин М. И. Математика: пособие для поступающих в вузы / М. И. Шабунин. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 695 с.
9. Алгебра в таблицах. 7-11 кл.: Справочное пособие / Л. И. Звавич, А. Р. Рязановский. – М.: Дрофа, 2004. – 96 с.
10. Черняк А. А. ЕГЭ по математике. Алгебра. Профильный уровень. Практическая подготовка / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 432 с.
11. Черняк А. А. ЕГЭ по математике. Геометрия. Практическая подготовка / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк. – СПб.: БХВ-Петербург, 2015. – 336 с.
12. Балаян Э. Н. Математика. Справочник для подготовки к ГИА и ЕГЭ / Э. Н. Балаян. – Ростов н/Д: Феникс, 2014. – 319 с.